

求
一
術
通
解

珠通解序

黃君玉屏與余同習算時吾湘言算者丁果臣先生爲之倡先生年幾七十嗜算之心老而彌篤凡近日之善言算者先生皆訂校焉余學雖淺先生不棄亦引爲忘年交余與黃君皆師事之黃君健於思而銳於進凡古算之繁者深者變幻而莫測者必一一究其源嘗言數莫簡於較西算之精善於求較耳余心折焉自是君所立算法所言算理與余多暗合先是余增訂徐君青先生割圖綴術旣成忽悟通分捷法析分母分子爲極小數根而同者去之凡多項通分頃刻立就因演數草手錄成帙君方校訂時君

清甫求一術指閱余法遂悟泛母求定母捷法繼又悟求
乘率捷法又月餘遂成通解二卷示余余惟近日精筭諸
家後先接踵精思妙理鑿險通幽其因仍舊術而絕無增
變者惟大衍一術已耳夫孫子筭經物不知數一題以三
五七立算在大衍題尙爲淺顯經中有術無草殆未深求
至理原非有意故秘機緘至宋秦氏始立約分求等求乘
率諸法數雖煩瑣理實精深後之攻是術者皆未能洞悉
其源是以於所以然之理俱未能切近言之也今黃君是
書極力推闡簡捷精詳於秦術之外別樹一幟而理亦殊
塗同歸且大衍諸題筭式不一古法每次約分祇得一式

遺漏良多今變爲數根端倪畢露可謂簡而彌賅而以記
數解秦氏天元尤爲千古卓見較之前人洵所謂後來居
上者矣書成余愆愆付梓因書此以道黃君之意竝質之
果臣先生以爲何如也同治甲戌夏月湘陰左潛序

敘

自孫子筭經物不知數一題有術無草後人罕通其妙遂無有論及者宋秦氏道古以大衍釋之其法始顯

國朝駱氏春池張氏古愚各有專書然求等約分頭緒不一初學茫然近日時君清甫求一術指立法稍簡亦僅識其當然而於所以然終闕如也同治癸酉左君王叟衍通分捷法一帙將分母分子析爲各數根任以多項通分頃刻可得可謂善於求較者矣余因悟大衍術析各泛母以求定母形跡顯露術理朗然較之舊術簡而愈詳夫立天元一始見於秦氏數書九章繼見於李氏測圓海鏡李氏

之天元得梅文穆以借根方釋之而彰而秦氏之天元焦氏理堂李氏秋紉各執一說究之皆未暢其旨竊謂秦氏以記術數一次爲天元別無深理以此釋之令閱者瞭如指掌於是思索三日復商榷左君乃盡爲注釋竝就正吾師丁果臣先生先生精筭理爲楚南絕學之倡而於時君術指尤所推許余故就時君諸題更別爲演草然則筭數之理其果爲無盡者耶使時君見之未知更以爲何如也
甲戌仲春月新化黃宗憲自記

求一術通解

例言

一求定母。舊術極繁。至求一術指稍歸簡捷。而約分之理。仍不易明。今析各泛母爲極小數根。瞭如指掌。遇題有多式者。一索無遺。

一求衍母。以各定母連乘。與舊術同。

一求衍數。舊術以定母除衍母得其衍數。今以餘位定母連乘。亦得本位衍數。布筭時取便用之。

一舊術有求奇數之例。今不用。

一求乘率。舊術先以奇定相求得奇一。再立天元。累乘累

加亦覺眩目。今以定母衍數對列。輾轉相減。遞求寄數。卽爲乘率。不立天元。

一定母累減衍數。卽餘一者無乘率。卽以衍數爲用數。有乘率者。以乘率乘衍數。所得爲用數。與舊術同。

一舊術有借用數之法。贅設刪之。

一大衍題。答數無窮。古人皆設所求數少於衍母。故併各總數。滿衍母去之。不滿卽所求。若遇所求數多於衍母者。則不然也。此論原書未及。今特詳之。

一是編所定新法。意在明數理之相通。非敢與古人辨得失。謹述數題。申明術意而止。

一 是編分上下二卷。上卷發明古人立公式之理。下卷則隨題立法。故另設數題。以明用捷法之理。

一 求乘率恆以衍數餘一而止。茲增補求反乘率法。卻以定母餘一而止。卷末亦另設新題。以明其用。

一 大衍術有可以代數求者。乃近日曾君栗誠所述。附錄於後。理亦與本術相通。

一 是編釋案。辭取淺顯。以便初學。雖傷煩冗。亦所不計。倘有不盡術意者。更俟高明增補之。

--	--	--	--	--

求一術通解卷上

新化黃宗憲小谷編述

湘陰左潛壬叟參定

今有數不知總。任命一數累減之。或有騰或無騰復易一數累減

之。或有騰或無騰再易一數累減之。或有騰或無騰欲求總數其術如何。

答曰。答數無窮。理固如是然各題所求總以初答爲主。

按此祇三次減數。卽孫子原術也。凡製題自兩次以至多次。皆可任意命數。求法不殊。

術曰。置各減數分行列之。曰泛母。析泛母。析法爲諸數

根。凡二。三。五。七。及不能成昇之數。皆曰數根。以求定母。求法各定母連乘爲

衍母復以定母除衍母得其衍數。或以餘位定母連乘亦得本位衍數。再

以定母累減衍數以求一。其初次減得一者。卽以衍數

爲用數。若初次減未得一者。則輾轉互減以求之。必至

衍數得一而止。其所寄數。詳後爲乘率。以乘衍數得用

數。旣得各用數。仍分位列之爲一表。乃視題中某位賸

數若干。某位無賸數。則乘之不用。以本位用數乘之爲總數。逐位求

總數畢。乃併之爲所求率。每減衍母一次得一答。不足

減者卽初答。若每加衍母。則答數無窮。

析泛母法

置各行泛母爲實。先以二三五七各小根爲法。逐行分

次累除之。至四小根皆不受除。乃驗不受除之數。皆成根。卽止。或有未成根者。則以除得之根爲法除之。至皆不受除。再驗不受除之數。皆成根。卽止。抑或有未成根。又不受已得各根之除者。以未成根之數求等。以等爲法除之。至各數皆無等而止。書其末次得數。及每次用以爲法之數於本位下。是爲諸根。

表	根	數
單		
一十		
二十		
三十		
四十		
五十		
六十		
七十		
八十		
九十		

求定母法

前法析泛母畢乃徧視各同根。如三與三五與五之類。取某行最多者用之。餘行所有棄之不用。再視本行所有異根。如與五或少於他行則棄之。因他行已用。抑或多於餘行之類。或與他行最多者等則此兩行隨意用之。則棄亦用之。或與他行最多者等則此兩行隨意用之。則棄則棄此。以所用數根連乘之。即得本行定母。若某行各根皆少於他行者則此位無定母。

求寄數法

列定母於右行。列衍數於左行。

左角上預寄一數。○按預寄一數者。是記此一

個衍數也。原書輾轉累減。凡定母與衍數輾轉累減。則謂之立天元一。輾轉累減。其上所寄數必輾轉累加。則至衍數餘一即止。視左角上寄數爲乘率。若求反乘率。一

即止視右角上
寄數爲反乘率

按兩數相減必以少數爲法。多數爲實。其法上無寄數者。不論減若干次。減餘數上仍以一爲寄數。其實上無寄數者。減餘數上以所減次數爲寄數。其法上實上俱有寄數者。視累減若干次。以法上寄數亦累加若干次於實上寄數中。即得減餘數上之寄數矣。已上求一術之大旨明。後則隨題演草詳釋。

今有物不知數。三三數之。賸二。五五數之。賸三。七七數之。賸二。問物幾何。

答曰二十三。

術曰。三三數之。賸二。置一百四十。五五數之。賸三。置六十三。七七數之。賸二。置三十。併之。得二百三十三。以二百一十減之。卽得。凡三三數之。賸一。則置七十。五五數之。賸一。則置二十一。七七數之。賸一。則置一十五。一百六以上。以一百五減之。卽得。以上錄原草

草曰。置三五七列爲三行。曰泛母。依術求定母。衍母。衍數。列式如左。

行泛母 Ⅲ

三卽數根不可析

定母 Ⅲ

行 Ⅲ

衍數 Ⅲ

行泛母 Ⅳ

五卽數根不可析

定母 Ⅳ

行 Ⅳ

衍數 Ⅳ

行泛母 Ⅶ

七卽數根不可根

定母 Ⅶ

行 Ⅶ

衍數 Ⅶ

三位泛母俱是數根不可析。卽爲定母連乘之得 III 爲

衍母

副直三位

以一行定母 III 除之得 III 爲一行衍數。以二

行定母 III 除之得 I 爲二行衍數。以三行定母 II 除之

得 III 爲三行衍數。

求衍數又法。以二行定母 VII 相乘得三十五爲一行衍

數。以三行定母 VII 相乘得二十一爲二行衍數。以二行

定母 V 相乘得一十五爲三行衍數。

按舊術求衍數用除今以乘易之得

數皆同不獨此題可易。卽他題之有多位者乘除皆可

相通。蓋衍母爲諸定連乘所得。故餘定連乘之數卽爲

本定除衍母之數矣。後凡求衍數做此餘題不備述。

既得各行定母衍數兩兩對列以求一入之式如左。

定母 Ⅲ

右累減

Ⅲ

左減右一

Ⅰ

右減左二

衍數 Ⅲ

左餘 Ⅱ

Ⅱ

次餘 Ⅰ

Ⅱ

次餘 Ⅰ

Ⅲ

寄數二為乘率

列定母 Ⅲ 於右行。衍數 Ⅲ

左角上預寄一數

於左行以右累減

左餘 Ⅱ 仍列左行。

仍寄一數。再以定母 Ⅲ 對列右行。以左減

右一次餘 Ⅰ 仍列右行。

以次數一乘左角上。寄右角上。左餘 Ⅱ

對列左行以右減左一次餘 Ⅰ 仍列左行。

以次數一乘右角上。寄右角上。右一次餘 Ⅰ 仍列右行。

仍得一。加於左上寄數

一。中得二。仍寄左角。左行得一即止。其左角寄數二

即乘率以乘衍數 Ⅲ 得 Ⅱ 為一行用數。

定母 Ⅲ

右累減

衍數 Ⅲ

左餘 Ⅰ

Ⅰ

寄數一為乘率

如法列式。以右累減左。餘一仍列左行。仍寄一數左行得一。即止。其左角寄數一。即乘率。以乘衍數。仍得一。爲二行用數。

按以一乘者。其數不長。數既不長。乘率可省。凡遇定母累減衍數得一者。是爲無乘率。即以衍數爲用數。

定母

右累減

衍數

左餘一

一

無乘率

依法求之。無乘率。即以衍數爲三行用數。既得各用數。分位列之如左。

三用數

五用數

七用數

右表爲公式。凡以三五七分位各累減之。所賸之數皆可以此式馭之餘題仿此。

乃視題中三三數之賸二。以二乘三用數。得 目 爲總。五五數之賸三。以三乘五用數。得 目 爲總。七七數之賸二。以二乘七用數。得 目 爲總。併三總得二百三十三。爲所求率。滿衍母一百〇五去之。不滿二十三。卽所求物數。

右卽孫子原題。爲求一之祖。首錄之。取其淺近。爲初學示規矩。故詳演細草而不釋。

推計土功

問築堤起四縣夫。分里步皆同。齊闊二丈。里法三百六十步。步法五十八寸。人夫以物力差定。甲縣物力一十三萬八千六百貫。乙縣物力一十四萬六千三百貫。丙縣物力一十九萬二千五百貫。丁縣物力一十八萬四千八百貫。每力七百七十貫科一名。春程人功平方六十尺。先到縣先給。今甲乙二縣俱畢。丙縣餘五十一丈。丁縣餘一十八丈。不及一日全功。欲知堤長及四縣夫所築各幾何。

答曰。堤長一十九里二百三十五步五尺。

甲縣夫築一千二十六丈。

乙丙丁同。

乙縣夫築

一千七百六十八步五尺六寸。

甲丙丁同。

丙縣

夫築四里三百二十八步五尺六寸。甲乙丁同。

丁縣夫築同前三縣數

草曰。置甲縣力一十三萬八千六百貫。乙縣力一十四萬六千三百貫。丙縣力一十九萬二千五百貫。丁縣力一十八萬四千八百貫。以程功六十尺徧乘之。皆以貫默約之。甲得八百三十一萬六千尺。乙得八百七十七萬八千尺。丙得一千一百五十五萬尺。丁得一千一百八萬八千尺。各爲實。次以力率七百七十貫乘堤齊闊二十尺。亦以貫默約之。得一萬五千四百尺。爲法。徧除各實。甲得五十四丈。乙得五十七丈。丙得七十五丈。

丁得七十二丈。各爲四縣眾夫每日築長率。以上錄原草

乃置甲五十四丈、乙五十七丈、丙七十五丈、丁七十二丈。各爲泛母。列爲四行。依法求定母、衍母、衍數。式如左。

甲泛母 𠄎 析母 $\text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎}$ 定母 𠄎 衍數 𠄎

乙泛母 𠄎 析母 $\text{𠄎} \text{𠄎}$ 定母 𠄎 衍母 𠄎 衍數 𠄎

丙泛母 𠄎 析母 $\text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎}$ 定母 𠄎 母 𠄎 衍數 𠄎

丁泛母 𠄎 析母 $\text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎} \text{𠄎}$ 定母 𠄎 衍數 𠄎

甲泛母 𠄎 以二除之得 𠄎 以三除之得 𠄎 又以三除之得 𠄎 併法數二二三三共得二二三三三書於本位下。乙泛母 𠄎 以三除之得 𠄎 併法數三共得三三書於本位下。

丙泛_三以三除之得_三。以五除之得_三。併法數三五共得三五五書於本位下。丁泛_二以二除之得_三。又以二除之得_三。又以二除之得_三。併法數二二二三共得二二二三書於本位下。凡析泛母先各爲法仿此除之。至四數皆不可除。卽得諸根者本題詳之。或有末次得數未成根者則求等除之。詳新擬第一題餘題不備述。

甲行有一个二、三个三。其一个二少於丁行棄之。三个三多於餘行用之。凡已用之根旁必作△號乙行有一个三、一个三、其一个三少於甲行棄之。一个三餘行所無用之。丙行有一个三、兩個五。其一个三少於甲行棄之。兩個

五餘行所無用之。丁行有三個二、兩個三。其兩個三少於甲行棄之。三個二多於甲行用之。審畢以甲行所用三個三連乘得卅爲甲定。以乙行所用卅卽爲乙定。以丙行所用兩個五相乘得卅爲丙定。以丁行所用三個二連乘得卅爲丁定。乃以四位定母連乘得卅爲衍母。各依法求之。卽得各位衍數。

釋曰。泛母中所藏各根參差不一。今析之使其顯露在外。以之求定母。一目了然。求定母亦無深理。是必使各行皆無等。方可爲求一之用。其以某根用於此行。而餘行同者棄之。卽欲此行不與餘行同等之意。

假如有兩數。各藏有同根。試以此兩數互減。必有等
其等。卽同根。舊術云。約一存一。卽棄彼用此之謂。
各定母既已無等。仍與各泛母相應。故求得衍母。亦
必與各泛母相應。試置衍母。以各定母分位累減之。
必適盡。若以泛母依樣減之。亦然。是衍母爲全題之
範圍矣。衍數爲餘定連乘所得。必爲餘定度盡之數。
而諸定皆無等。故獨爲本定度不盡。有此餘定可度
盡。而本定度不盡之衍數。然後馭題有把握矣。
既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之式。如左。

甲定 卅

右累減
左餘 卅

卅 左減右 一
次餘 卅

卅 右減左 三
次餘 卅

卅 左減右 二
次餘 卅

卅 右減左 五
次餘 卅

卅

列定母卅於右行。衍數卅。左角上預於左行。以右累減。
左餘卅。仍列左行。仍寄一數。再以定母卅對列右行。以左減。
右一次。餘卅。仍列右行。以次數一。乘左上寄數。左餘卅。
對列左行。以右減左二次。餘卅。仍列左行。以次數二。乘
得二。加入左上寄數。右餘卅。對列右行。以左減右一次。
一。得三。仍寄左角。加入右上寄數一。得四。仍寄右角。左餘
餘卅。仍列右行。以次數一。乘左上寄數三。仍得三。左餘
卅。對列左行。以右減左五次。餘卅。仍列左行。以次數五。
數四。得二十。加入左上寄數三。得二十三。仍寄左角。左行餘一。卽止。其左角寄數
二十三爲乘率。凡定母小衍數大者。仿此。其定母大衍
以乘衍數卅。得卅。爲甲用數。

釋曰前式求得衍數不能備全題之用

凡遇題中某位臚數與某

行定母累減衍數之所餘相應者即以衍數為總數不相應者則不合○如甲縣餘四十七丈或二十丈

則甲行可不求乘率即以其衍數為甲總乙縣餘二十三丈或四丈或四十二丈則乙行可不求乘率即

以其衍數為乙總餘做此故有求一之法以通之求一者是求衍

數中之一所以寄數祇記衍數之次數其首層餘II

是以若干个定母減一個衍數之所餘也故餘數上

角寄一數第二層餘II是以一個衍數減若干个定

母之所餘也故餘數上角亦寄一數第三層餘I是

以若干个定母減三個衍數之所餘也故餘數上角

寄三數第四層餘I是以四個衍數減若干个定母

之所餘也。故餘數上角寄四數。第五層餘一。是以若干個定母減二十三個衍數之所餘也。故餘數上角寄二十三數。其衍數至此已得一。故以二十三爲乘。率以乘衍數爲用數者。是用二十三個衍數以求一也。所以然之理。試而知之。置一個衍數爲實。以定母累減之餘。再加一個衍數。共卅。仍以定母累減之餘。卅。再加一個衍數。共卌。仍以定母累減之餘。卌。再加一個衍數。共卍。仍以定母累減之餘。卍。再加一個衍數。共卍。仍以定母累減之餘。卍。如是累加累減。必加至二十二個。併初置爲實一個。共計二十三個衍數。定母累減始餘一也。求一之理。固如此。而式中用輾轉互減者。乃捷法耳。

乙定 𠄎

右累減

衍數 𠄎

左餘 𠄎

𠄎

左減右四

𠄎

次餘 𠄎

四 𠄎

右減左一

一 𠄎

次餘 一

五 一

依法求得乘率五以乘衍數得 𠄎 爲乙用數。

丙定 𠄎

右累減

衍數 𠄎

左餘 𠄎

𠄎

左減右六

𠄎

次餘 一

六 一

右減左三

一 𠄎

次餘 一

九 一

依法求得乘率一十九以乘衍數得 𠄎 爲丙用數。

丁定 𠄎

右累減

衍數 𠄎

左餘 一

一

依法求之無乘率。卽以衍數 𠄎 爲丁用數。

既得各用數。仍分位列之。式如左。

甲
數用 卅卅

乙
數用 卅

丙
數用 卅卅

丁
數用 卅卅

乃視題中甲乙二縣無餘數。唯丙縣餘卅。以乘用數卅，得卅為丙總。丁縣餘卅。以乘用數卅，得卅為丁總。併二總得四百二十〇萬七千六百二十六丈為所求率。滿衍母卅去之餘一千〇二十六丈為各縣所築堤長。

釋曰。凡置一個用數為實。以本位定母累減必餘一。以他位定母累減必無餘。若置二個用數為實。以本位定母累減必餘二。以他位定母累減亦必無餘。由是推之三個用數以往無不皆然。以賸數乘用數為

總者是倍用數中之餘一與贖數等仍爲他定所度

盡也。試以丙泛因泛母與定母相應累減丙總必餘卅卅即丙縣贖數

若以甲乙丁各泛累減皆無餘。又以丁泛累減丁總

必餘卅。

卅即丁縣贖數

若以甲乙丙各泛累減皆無餘。按遇有泛

母累減本總餘數與題中贖數不合者以本定母加減之必合。又以他泛母減不盡者以他定母減必盡。

以二總併之者是合二贖數歸一數中矣。再試以丙

泛累減之必餘卅。以丁泛累減之必餘卅。若以甲乙

二泛累減之必無餘。與題旨合。滿衍母去之者衍母

中所涵之數循環相同。每減一次仍合題旨。故首云

答數無窮。即其理也。

又法題中丙縣餘卅，以丙定匪累減之餘一。卽以丙用數卿爲丙總。丁縣餘卅，以丁定卅累減之餘二。以二乘丁用數。惟得匪爲丁總。併二總得卅，爲所求率。滿衍母去之得數亦同。

按舊法得所求率。須去多次衍母。始得初荅。今以定母減贖數。以再贖之數。如法求之。得所求率。祇去一次衍母。卽得初荅。較舊法稍簡耳。後凡遇贖數大於定母者。倣此。

以四縣因之。得四千一百〇四丈。以步法五尺八寸除之。得七千〇七十五步五尺。爲堤積步。以里法三百六

十步約之。得一十九里二百三十五步五尺。卽堤通長。又置各縣所築堤長。以步法約之。得一千七百六十八步五尺六寸。又以里法約之。得四里三百二十八步五尺六寸。各爲縣所給道里步尺數。

按此題求一術。指於求得衍母後。以甲乙二縣無餘數棄之。祇求丙丁二縣之用數。其於本題自是捷法。惜未達秦氏立術之原。是編於有定母之位。皆求用數。立爲公式。倘更其題曰。甲丙丁三縣無餘。乙縣餘四十二丈。此題不可無乙用數。又更其題曰。甲縣餘三十七丈。乙縣餘四十九丈。丙縣餘二十二丈。丁縣

餘五十五丈。此題不可無公式。由是推之。求得公式。凡同泛母之題。其用不窮矣。

程行相及

問有急足三名。甲日行三百里。乙日行二百五十里。丙日

行二百里。先差丙往他處。下文文字。既三日。原書作兩日又有文

字遣乙追付丙。又二日。原書作己半日復有文字續令甲趕付乙。

三人偶不相及。乃同時俱至彼所。欲知彼處去此里數。並

欲知乙果及丙、甲果及乙日數。按原題矛盾。已甚。今改之。

答曰。彼處去此三千里。

乙果及丙一十二日。

甲果及乙一十日。

按原題既三日誤既兩日。又二日誤已半日。以致與同時俱至彼所句不合。又原術云均輸求之。大衍入之。是謂均輸可求。而大衍亦可求。是編專言大衍無庸雜入均輸。

草曰置甲乙丙三名日行率列為三行。曰泛母。依法求定母。衍母。衍數。式如左。

甲泛母	III ^〇	析母	二三 ^五 五	定母	III	衍	III ^{〇〇}	衍數	1 ^{〇〇}
-----	------------------	----	-------------------	----	-----	---	-------------------	----	-----------------

乙泛母	III ^〇	析母	二五 ^五 五	定母	III ^〇	母	III ^{〇〇}	衍數	III ^〇
-----	------------------	----	-------------------	----	------------------	---	-------------------	----	------------------

丙泛母	III ^〇	析母	二二 ^五 五	定母	III	衍數	III ^〇	衍數	III ^〇
-----	------------------	----	-------------------	----	-----	----	------------------	----	------------------

各泛母如法析爲根。乃視甲行有一個三。餘行所無用之。乙行有三個五。多於餘行用之。丙行有三個二。多於餘行用之。以甲行所用一個三。卽爲甲定。乙行所用三個五。連乘得卅爲乙定。丙行所用三個二。連乘得卅爲丙定。乃以三定母連乘得卅爲衍母。各依法求之。得各位衍數。

既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之式如左。

甲定 卅

右累減

衍數

卅

左餘

依法求之。無乘率。卽以衍數卅爲甲用數。

乙定

III 左減右五
次餘 III

III 右減左四
次餘 III

III 左減右一
次餘 I

III 右減左三
次餘 I

III

如法列位以左減右五次餘 III 仍列右行以次數五乘

仍得五寄再以衍數 III 對列左行以右減左四次餘 III

右角上入左以次數四乘右寄數五得二十一仍寄左角右餘 III

仍列左行以左減右一次餘 I 仍列右行以次數一乘

對列右行以左減右一次餘 I 仍列右行以次數一乘

十一仍得二十一加入右角左餘 III 對列左行以右減

寄數五得二十六仍寄右角左餘 III 對列左行以右減

左三次餘 I 仍列左行以次數三乘右寄數二十六

一得九十九左行得 I 即止其左角寄數九十九即乘

仍寄左角以乘衍數 III 得卽為乙用數

率凡定母大衍以乘衍數 III 得卽為乙用數

數小者仿此

丙定 Ⅲ

右累減

衍數 Ⅲ

左餘 Ⅱ

Ⅲ 左減右一

Ⅱ 次餘 Ⅰ

Ⅰ 右減左六

Ⅱ 次餘 Ⅰ

七 Ⅰ

依法求得乘率七。以乘衍數Ⅲ得Ⅵ為丙用數。既得各用數乃分位列之式如左。

甲用 Ⅰ^{〇〇}

乙用 Ⅱ^Ⅲ

丙用 Ⅲ^Ⅵ

視題中甲乙丙同時俱至彼所皆無餘數。即以衍母三千為彼處去此里數。以丙行率Ⅵ除之得一十五為丙行日數。以乙行率Ⅲ除之得一十二為乙行日數。以甲行率Ⅰ除之得一十為甲行日數。即甲追及丙日數。即乙追及甲日數。即甲追及乙日數。

釋曰。此題不須用數者。因三位俱無餘數故也。其衍母乃定母連乘所得。而定母又從泛母中約得來。試以泛母連乘得數。以衍母累減之。必適盡。是衍母與泛母連乘積相應矣。題中皆無餘數。則所求率必爲泛母連乘之積。其積與衍母相應。故以一個衍母爲初答。而兩個衍母必爲第二答矣。

按此題無用用數之處。然則求得公式果無用耶。試更一題如左。

假如有道里不知遠近。滿甲行率三百去之。賸一百。滿乙行率二百五十去之。賸二百。滿丙行率二百去之。賸

一百問里幾何。

答曰七百里。

草曰以甲賸一百乘用數 ∞ 得 ∞ 爲總以乙賸二百乘用數 ∞ 得 ∞ 爲總以丙賸一百乘用數 ∞ 得 ∞ 爲總併三總得 ∞ 爲所求率滿衍母 ∞ 去之不滿 ∞ 卽所求里按若以各定母減各賸數以再賸之數求之得所求率 ∞ 較舊法所得少六十四萬八千所求初答皆同。

積尺尋源

問欲砌基一段見管大小方甄六門城甄四色令匠取便或平或側祇用一色甄砌須要適足匠以甄量地計料稱

用大方料，廣多六寸，深少六寸。用小方，廣多二寸，深少三寸。用城甃，長廣多三寸，深少一寸。以闕，廣多三寸，深少一寸。以厚，廣多五分，深多一寸。用六門甃，長廣多三寸，深多一寸。以闊，廣多三寸，深多一寸。以厚，廣多一寸，深多一寸。皆不匱匝，未免修破甃料，裨補其四色甃。大方方一尺三寸，小方方一尺一寸。城甃長一尺二寸，闊六寸，厚二寸五分。六門長一尺，闊五寸，厚二寸。欲知基深廣幾何。宋校云，案此深

字。卽儀禮南北以堂深之深。非筭術高深之深。

答曰：深三丈七尺一寸，廣一丈二尺三寸。

草曰：置四甃，方長闊厚係八數。城甃厚有分爲小者，皆

通之爲單大方得一百三十分。小方得一百一十分。城
 甌長得一百二十分。闊得六十分。厚得二十五分。六門
 甌長得一百分。闊得五十分。厚得二十分。錐行置之。右
 列位稍多。甌名相互。今假八音爲號。各爲泛母。依法求
 定母。衍母。衍數。式如左。

金 <small>大方</small> 泛母 卍 析母 二五卍 定母 卍 衍數 卍	石 <small>城甌</small> 泛母 卍 析母 二二三三五 定母 卍 衍數 卍	絲 <small>小方</small> 泛母 卍 析母 二五卍 定母 卍 衍數 卍	竹 <small>六門</small> 泛母 卍 析母 二三五 定母 卍 衍數 卍	匏 <small>城甌</small> 泛母 卍 析母 二三五 廢位 衍數 卍
--	--	--	--	--

土

六門

泛母 卍

析母

二五

廢位

革

城輒

泛母 卍

析母

五

廢位

木

六門

泛母 卍

析母

三五

廢位

各行泛母依法析為根，乃視金行一个 卍，餘行所無用之。石行三个 二，多於餘行用之。一个 三，等於匏行亦用之。絲行一个 卍，餘行所無用之。竹行兩個 五，等於土革二行，亦用之。匏行有兩個 二，一个 三，一个 五，其兩個 二，少於石行，棄之。一个 三，因石行已用，棄之。一个 五，少於竹行，及土革二行，棄之。此位土行有一个 二，兩個 五，其一个 二，少於石行，棄之。兩個 五，因竹行已

用棄之。

此位廢

革行兩個五。因竹行已用棄之。

此位廢

木行有兩個二，一個五。其兩個二少於石行，棄之。一個五少於竹土革三行，棄之。此位廢審畢，其四廢位皆無定母，以金行所用 ㄩ ，即爲金定。石行所用三個二，一個三，連乘得 ㄩ ，爲石定。絲行所用 卜 ，即爲絲定。竹行所用兩個五，相乘得 ㄩ ，爲竹定。乃以金石絲竹四定連乘，得 ㄩ ，爲衍母。各依法求之，得各衍數。

釋曰：此題泛母八位，約成定母四位。緣後四位泛母中所藏各根，皆少於前四位。筭例用多棄少，故祇存前四位，以求衍母及用數，足備全題之用矣。其後四

位自宜廢之。其位中遇有試驗匏泛下。與石泛下。相應。土泛三。與竹泛一。相應。革泛三。與竹泛一。相應。木泛一。與石泛一。竹泛一。俱相應。凡廢位中有賸。其相應之位亦必有賸。其兩位所賸數或不同。而端倪已露。故泛母廢而賸數亦廢。自然之理也。秦書於求得各用數後。視某位空者。則借同類即同根之用數以補之。法嫌贅設。是編不採。

既得各行定母衍數。兩兩對列。以求一入之。式如左。

金定

三

右累減
左餘三

三

左減右一
次餘三

三

右減左二
次餘一

衍數

下

左餘三

三

左減右一
次餘三

三

右減左二
次餘一

三一

依法求得乘率三。以乘衍數_卅得卽。爲金用數。

石定_卅

右累減
左餘卅

_卅 左減右一
次餘卅

_卅 右減左二十
二次餘卅

_卅

依法求得乘率二十三。以乘衍數_卅得卅。爲石用數。

絲定_卅

右累減
左餘卅

_卅

依法求之無乘率卽以衍數_卅爲絲用數。

竹定_卅

右累減
左餘卅

_卅 左減右三
次餘卅

_卅 右減左一
次餘卅

_卅 左減右二
次餘卅

_卅 右減左二
次餘卅

_卅

依法求得乘率一十八。以乘衍數_卅得卅。爲竹用數。

既得各位用數。乃分位列之如左。

金用數

石用數

絲用數

竹用數

求視題中用大方。廣多六寸。以六十乘金用數。得
為總。又用城甃長。廣多三寸。以三十乘石位用數。得
為總。又用小方。廣多二寸。以二十乘絲用數。得
為總。又用六門甃長。廣多三寸。以三十乘竹用數。得
為總。併四總。得五百六十六萬四千〇三十。為所求
率。滿衍母八萬五千八百去之。不滿一千二百三十。草
中以分為單位。是一丈二尺三寸。即所求基廣也。

求視題中用大方深少六寸。以六十減金泛母_卅餘_二。以七十乘金用數_卅得_卅爲總。又用城甌長深少一寸。以一十減石泛母_卅餘_卅。以一百一十乘石用數_卅得_卅爲總。又用小方深少三寸。以三十減絲泛母_卅餘_卅。以八十乘絲用數_卅得_卅爲總。又用六門甌長深多一寸。以一十乘竹用數_卅得_卅爲總。併四總得一千一百六十七萬二千五百一十爲所求率。滿衍母八萬五千八百去之。不滿三千七百一十分爲單位。是三丈七尺一寸。卽所求基深也。

按此題以金石絲竹四定母。求衍母並用數公式。乃

此題之正式也。若仿求一術指例補之。可變成六式。列表如左。

	木 <small>母析三五</small>	革 <small>母析五</small>	土 <small>母析五</small>	匏 <small>母析三五</small>	竹 <small>母析三五</small>	絲 <small>母析五</small>	石 <small>母析三五</small>	金 <small>母析五</small>
第一式	○	○	○	○	定	定	定	定
第二式	○	○	○	定	定	定	定	定
第三式	○	○	定	○	○	定	定	定
第四式	○	定	○	○	○	定	定	定
第五式	○	○	定	定	○	定	定	定
第六式	○	定	○	定	○	定	定	定

右表中六式俱從各析母根數中審得之。除第一式
審法已詳外。再以石行中所用之一個三。移用於匏
行。卽爲匏定。則石行祇用三個二。連乘得八。爲石定。
共得金石絲竹匏五位。爲第二式。再以第一式中竹
行所用兩個五。移用於土行。相乘爲土定。得第三式。
再移用於革行。爲革定。得第四式。又以第二式中竹
定。如法移之。卽得^五六兩式。總之。求得一式。其用不
窮。餘式皆贅。是編姑存其式。不遑演草。後之明筭君
子。試任取一式。依法求之。得數無不脗合矣。

右三題本數書九章

今有數不知總。以五累減之無賸。以七百一十五累減之賸一十。以二百四十七累減之賸一百四十。以三百九十一累減之賸二百四十五。以一百八十七累減之賸一百零九。問總數若干。

答曰一萬〇〇二十。

草曰。命一次減數五爲甲。二次減數七百一十五爲乙。三次減數二百四十七爲丙。四次減數三百九十一爲丁。五次減數一百八十七爲戊。列爲五行。曰泛母。依法求定母。衍母。衍數。式如左。

甲泛母

析母五

廢位

乙泛母 𠄎

析母 𠄎[△]
𠄎[△]
𠄎[△]

定母 𠄎

衍 𠄎

衍數 𠄎

丙泛母 𠄎

析母 𠄎[△]
𠄎[△]

定母 𠄎

母 𠄎

衍數 𠄎

丁泛母 𠄎

析母 𠄎[△]
𠄎[△]

定母 𠄎

𠄎

衍數 𠄎

戊泛母 𠄎

析母 𠄎[△]
𠄎[△]

廢位

𠄎

𠄎

視甲泛 𠄎 已成根不可析。即書五於本位下。以四小
 根除各泛，皆不受除。惟以五為法，除乙泛 𠄎，得 𠄎。以 𠄎
 與丙泛求等，得 𠄎。以 𠄎 為法，除 𠄎 得 𠄎。併兩次法數五
 𠄎，共得五 𠄎。書於乙位下。又以 𠄎 為法，除丙泛 𠄎
 得 𠄎。併法數 𠄎，共得 𠄎。書於丙位下。又以 𠄎 為法，
 除丁泛，戊泛，皆不受除。又以 𠄎 為法，除丁泛，不受除。除

戊泛卣得卍併法數卜。共得卜卍書於戊位下。又以
卍爲法除丁泛卣得卍併法數卍。共得卍卍書於丁位
下。析畢。乃視甲行一個五等於乙行棄之。此位廢乙
行一個五用之。一個卍棄之。一個卜用之。丙行一個
卍用之。一個卍用之。丁行一個卍用之。一個卍用之。
戊行一個卜。一個卍俱棄之。此位廢以乙行所用五
卜相乘得卍爲乙定。以丙行所用卍卍相乘仍得卍
爲丙定。以丁行所用卍卍相乘仍得卍爲丁定。乃
以乙丙丁三定連乘得卍爲衍母。依法求之。得各衍數。
既得各定母衍數。兩兩對列。以求一入之。式如左。

乙定

右累減
左餘

左減右一
次餘

右減左二十
七次餘

一

依法求得乘率一十八以乘衍數得為乙用數

丙定

右累減
左餘

左減右十
五次餘

右減左二
次餘

左減右三
次餘

右減左一
次餘

一

依法求得乘率百卅九以乘衍數得為丙用數

丁定

右累減
左餘

左減右一
次餘

右減左二
次餘

左減右三
次餘

右減左十
次餘

一

依法求得乘率四十三以乘衍數得為丁用數

既得各位用數乃分位列之如左

乙
數用
𠄎𠄎𠄎

丙
數用
𠄎𠄎𠄎

丁
數用
𠄎𠄎𠄎

視題中畢累減之賸一十以一十乘乙用數𠄎𠄎得𠄎𠄎爲
總。又𠄎𠄎累減之賸一百四十以一百四十乘丙用數
𠄎𠄎得𠄎𠄎爲總。又𠄎𠄎累減之賸二百四十五以二百四
十五乘丁用數𠄎𠄎得𠄎𠄎爲總。併三總得五億七千八
百九十八萬九千一百三十五爲所求率。滿衍五百三
十一萬一千七百三十五去之。不滿一萬〇〇二十卽
得所求之總數矣。
附列各變式表於左以資考證。

草曰命前減數爲前。後減數爲後。列爲兩行。曰泛母。依法求定母。衍母。衍數。式如左。

前泛母 卜

析母 卜

定母 卜

衍母 𠄎

衍數 卜

後泛母 卜

析母 卜

定母 卜

衍母 𠄎

衍數 卜

兩行泛母皆是數根。卽爲定母。兩定母相乘得 𠄎 爲衍母。以兩定母互爲衍數。

既得定母衍數。兩兩對列。以求一入之。式如左。

前定 卜

左減右
次餘 卜

右減左
次餘 𠄎

左減右
次餘 卜

右減左
次餘 𠄎

衍數 卜

依法求得乘率一十四。以乘衍數 卜 得 𠄎 爲前用數。

後定卜

右累減
左餘丁

卜左減右一

丁次餘

卍右減左一

丁次餘

衍數卜

依法求得乘率二以乘衍數卅得卅爲後用數。既得兩位用數依位列之如左。

前用數卍

後用數卍

視題中卜減之賸二以二乘前用數卍得卅爲總。又卜減之賸九以九乘後用數卍得卅爲總。併二總得卍爲所求率。滿衍母卍去之。不滿卍爲所求總數。

右二題新擬

求一術別題

增

按題爲嘉定時清甫先生擬以寄詢。宗憲曾立術答之。已增刊百雜術衍書後。茲又稍加變通。並補演眞數四草。增錄於此。以見求一一術。不僅能馭孫子題類耳。

今有總數若干爲實。以若干數爲法除之。不盡若干。乃滿若干數去之。欲知去若干次滿數。而以法除之。適盡其術如何。

術曰。命法數爲天。滿數爲地。不盡數爲人。先以三項求總等。各約之。無等不約乃置天地二項以求一入之。以天比地

比衍求得乘率以人乘之。天累減之。不足減者。卽所求數。去地之次數。以地乘之。得數。以減原實。餘卽爲法除盡之數也。

今有數若干爲實。以若干數爲法除之。不足法。乃滿若干數加之。欲知加若干次滿數。而以法除之。適盡其術如何。術曰。命法數爲天。滿數爲地。不足法之實數爲人。先以三項求總等。各約之。無等不約。乃置天地二項。以求一入之。以天比定母。地比衍數。求得反乘率以人乘之。天累減之。不足減者。卽所求加地之次數。以地乘之。得數。加入原實。卽爲法除盡之數也。

今有數三十三萬三千二百一十七。以一百七十四爲法除之。不盡七。乃滿五百八十一去之。問去若干次。滿而
以法除之。適盡。

答曰。去六十五次。

草曰。先以法數滿數。不盡數。三項求總等。無等
乃以法數比定母。滿數比衍數。對列兩行。求乘率。不約

法	右累減	左減右二	右減左一	左減右十	右減左一
滿	左餘	次餘	次餘	八次餘	次餘
	二	三	三	三	三
					五六
					五九

如法求得乘率五十九。以乘不盡數七。得。以累減
之餘。即所求去滿數之次數。以乘之。得。以減原

實餘而以法除之適盡。

今有數一十九萬九千九百一十四以八十七爲法除之不盡七十五乃滿二十一去之問去若干次滿而以法除之適盡。

答曰去一十六次。

草曰。先以法數 卅 滿數 卅 不盡數 卅 求總等得 三 以等三各約之法數得 卅 滿數得 卅 不盡數得 卅 乃以法定約數之滿定約數對列兩行求乘率。

法 卅

左減右四

右減左六

滿 卅

次餘 卅

次餘 卅

二五 卅

如法求得反乘率一百九十七。以乘原實七得 𠄎 。以 𠄎 累減之餘 𠄎 。卽所求加滿數之次數。以 𠄎 乘之得 𠄎 。加入原實 𠄎 得 𠄎 。而以法 𠄎 除之適盡。

今有數七十五。以八十七爲法除之。不足法。乃滿二十一加之。問加若干次滿 𠄎 。而以法 𠄎 除之適盡。

答曰。加一十三次。

草曰。先以法數滿數。原實求得總等三。各約之。法數得 𠄎 。滿數得 𠄎 。原實得 𠄎 。乃以法定滿定對列。求反乘率。

法 𠄎

左減右四

四

滿 𠄎

次餘一

如法求得反乘率四。以乘原實之約數三。得₁₀₀。以₃減
之餘₁₀。即所求加滿數之次數。以₁乘之。得下₃₀。加入
原實₃₀。得₁₀₀。而以法₃除之。適盡。

求一術通解卷上

一

求一術通解卷上

求一術通解卷下

新化黃宗憲小谷編述

湘陰左 潛壬叟參定

今有物不知數。三三數之。賸二。五五數之。賸三。七七數之。賸二。問物幾何。

答曰。二十三。

草曰。三三之數賸二。則置三十五。五五數之。賸三。置六十三。七七數之。賸二。置三十。併之。得一百二十八。滿一百。五去之。不滿二十三。卽所求物數。

釋曰。孫子原術。三三數之。賸二。置一百四十。今祇置

三十五。所求得物數皆同者。蓋一百四十。卽三十五
四倍之數。而兩數中所餘。俱應題中賸數也。試置一
百四十。以三三數之。必餘二。又置三十五。以三三數
之。亦必餘二。衍數中所餘。既應題中賸數。是此位求
一可省。而徑以衍數爲總數也。若遇三三數之賸一。
則又非求一不能馭。故自當以求一。中所得之總數
一百四十爲通法。而以衍數三十五爲總數。乃捷法
耳。再設題演草驗之如後。

設有堤長不知丈數。派甲乙丙丁四縣均築之。甲縣夫每
日築長率五十四丈。乙縣夫每日築長率五十七丈。丙縣

夫每日築長率七十五丈。丁縣夫每日築長率七十二丈。各縣俱築畢。不計日數。甲縣餘二十丈。乙縣餘二十三丈。丙縣餘二十六丈。丁縣餘二丈。皆不及一日全功。問堤通長若干。及各縣應築堤長若干。

答曰。堤通長四萬○九百○四丈。

各縣應築堤長一萬○二百二十六丈。

草曰。如上卷推計土功題。求得衍母及各行定母衍數。試以甲日築率五十四累減甲行衍數。餘二十丈。與甲縣餘數同。卽以其衍數。爲甲總。又試以乙日築率五十七累減乙行衍數。餘。又以乙定母。自減之。

餘二十三丈。與乙縣餘數同。卽以其衍數 卅 爲乙總。
又試以丙日築率七十五累減丙行衍數 卅 。餘 卅 。又以
丙定母 卅 累減之。餘 卅 。不應丙縣餘數。則此位必求一。
如前卷求得丙用數 卅 。乃以丙定 卅 減丙縣餘數 卅 。餘
一。以一乘丙用數不變。卽以用數 卅 爲丙總。又試以
丁日築率七十二累減丁行衍數 卅 。餘 卅 。又以丁定母
 卅 減之。餘一。不應丁縣餘數。則此位必求一。如前卷求
得丁用數 卅 。以丁縣餘二乘之。得 卅 。爲丁總。併四總
得一十一萬二千八百二十五爲所求率。滿衍母一十
萬。二千六百去之。不滿一萬。二百二十六丈。卽爲

各縣所築之長。以四因之。得四萬〇九百〇四丈。爲堤
通長。

按此題舊法於求得公式後。必以甲縣餘二十丈乘
甲用數。非得 $\frac{1}{2}$ 爲甲總。以乙縣餘二十三丈乘乙用
數。得 $\frac{1}{2}$ 爲乙總。以丙縣餘二十六丈乘丙用數。得 $\frac{1}{2}$
爲丙總。以丁縣餘二丈乘丁用數。得 $\frac{1}{2}$ 爲丁
總。併四總得 $\frac{1}{2}$ 。滿衍母 $\frac{1}{2}$ 去之。不滿 $\frac{1}{2}$ 爲所求數。與
新法所得同數。

釋曰。依前題之理推之。則甲總 $\frac{1}{2}$ 卽甲衍數 $\frac{1}{2}$ 。四百
六十倍之數。而兩數中所餘。俱應題中積數也。試置

甲總_卅以甲日築率五十四累減之必餘_卅。又置甲
衍數_卅以五十四累減之亦必餘_卅。是二數中所餘
皆與甲縣餘數同矣。所以用衍數_卅爲總數。卽同於
用_卅爲總數。尤爲簡捷也。

右二題論以衍數爲總之理。有時遇以定母衍數
輾轉互減以求一。其衍數未得一。而衍數中之餘
數恰與題中本位積數相應者。卽以其餘數上寄
數爲乘率。以乘衍數爲總數。所得亦同。再設題於
後以明其理。

今有堤長不知丈數。派甲乙丙丁四縣均築之。其四縣夫

每日築長率同前題。各縣俱築畢。不計日數。甲縣贖六丈。乙縣贖五十四丈。丙縣贖三十丈。丁縣贖二十四丈。皆不及一日全功。問堤通長若干。及各縣應築堤長若干。

答曰。堤通長四萬九千九百二十丈。

各縣應築堤長一萬二千四百八十丈。

草曰。如上卷推計土功題。求得衍母及各行定母衍數。試以甲日築率五十四累減甲行衍數。餘 \parallel 。不應題中贖數。知此位必求一。如上卷法以定母衍數對列。輾轉互減。至第三層而衍數餘 \perp 。恰與題中甲縣贖數同。卽以其上寄數三爲乘率。以乘衍數。得 \parallel 爲甲總。

又試以乙日築率五十七累減乙行衍數卅三。餘卅三。不應題中賸數。知此位必求一。如前卷法求得乙用數卅三。乃以乙定母卅三累減題中乙縣賸數卅三。餘卅三。以卅三乘乙用數卅三。得卅三。爲乙總。又試以丙日築率七十五累減丙行衍數卅三。餘卅三。以丙定母卅三恒減之。餘卅三。不應題中賸數。知此位必求一。如上卷法求得丙用數卅三。乃以丙定母卅三減題中丙縣賸數卅三。餘卅三。以五乘丙用數卅三。得卅三。爲丙總。又試以丁日築率七十二累減丁行衍數卅三。餘卅三。以丁定母卅三加二次。得卅三。不應題中賸數。又以丁定母卅三累減題中丁縣賸數卅三。適盡。知此位可廢。乃併前

三總得八十三萬三千二百八十爲所求率。滿衍母一十萬〇二千六百去之。不滿一萬二千四百八十。卽各縣所築堤長。四因之得四萬九千九百二十丈。卽爲堤通長。

設有道里不知遠近。依上卷程行相及題例。滿甲行率三百去之。賸七十九里。滿乙行率二百五十去之。賸一百二十九里。滿丙行率二百去之。賸七十九里。問里遠近若干。答曰。一千八百七十九里。

草曰。如上卷程行相及題。求得衍母及各行定母衍數。試以甲行率 III 累減甲行衍數 1000 餘 100 。又以甲定母 III

累減之餘_I。卽以衍數₁₀₀爲用數。乃以甲定母_{III}累減
題中甲賸數_{III}餘_I。以一乘用數不變。卽以用數₁₀₀爲
甲總。又試以乙行率_{III}及乙定母_{III}減乙行衍數_{III}。
皆不足減。乃以乙定母減乙賸數_{III}餘_{III}。不相應。知此
位必求一。如上卷法求至第二層衍數餘_{III}。恰與題中
乙再賸數同。卽以其上寄數二十一爲乘率。以乘衍數_{III}。
得_{III}爲乙總。又試以丙行率₁₀₀減丙行衍數_{III}。餘_{III}。
卽以丙定母_{III}累減之餘_{II}。乃以丙定母_{III}累減丙賸數_{III}。
亦餘_{II}。兩餘數皆同。卽以衍數_{III}爲丙總。併三總。
得一千八百七十九爲所求率。不滿衍母₁₀₀。卽以一千

八百七十九爲所求里數。

右二題能明求乘率不拘求一之理。凡求得衍數中餘數與題中贖數相應者。仿此推之。其理相通。較求一爲稍簡。

已上諸題求法稍簡。而與舊法略同。此外有舊法不用之位。今拾而求之。得數不殊。其筭理則無二也。述之如左。

卽如上卷推計土功原題舊法以甲乙二縣無餘數棄之。祇用丙丁二縣之餘數求之。得各縣所築堤長一千〇二十六丈。今以甲乙二縣爲主求之。得數亦同。演草如下。

草曰以甲日築率卅與乙日築率卅求等得三以等三約卅得卅以卅與卅相乘得卅試以丙日築率卅累減之餘卅與丙縣餘數同又試以丁日築率卅累減之餘卅與丁縣餘數同故知卅卽各縣所築堤長也按此草得數太易或不免偶合之疑再設新題驗之如後

今有物不知總以九百九十五數之賸一十二以九百九十六數之適盡以九百九十七數之適盡以九百九十八數之賸一十二以九百九十九數之賸三十六問物幾何
答曰五百九十五萬八千〇七十二

草曰以罪與罪求等。無等不約。以兩數相乘。得罪。試以罪累減之。餘二。以二除題中本位賸數三。得一。以六乘罪。得罪。又試以罪累減之。餘三。與題中本位賸數合。又試以罪累減之。餘三。與題中本位賸數合。即知罪爲所求物數。

右二題取數最速。然必題中有兩位適盡者始能馭之。由此推之。更立新術如後。

術曰。先取題中減數最大者命爲甲。其本位賸數爲子。又取略小於甲之減數爲乙。其本位賸數爲丑。乃以甲乙求等。以等約乙。無等不約。或以等約乙。得數與甲仍有等者。則不約乙而約甲。或在約甲約乙俱有等者。

則用析根法。甲乙相乘得①。以乙累減子，餘②。又以乙累

減甲，餘③。於丙內減去一丑，乙不足減者，加一。餘④。以乙

母丁此行對列兩行，求得反乘率，以乘戊，得⑤。甲已相乘

得⑥。併子庚，得⑦。以甲累減辛，餘⑧。已上爲一次求法。

按凡題中有三次減數者，其求法有二次。有四次減數者，其求法有三次。以後減數每增一次，其求法亦每增一次。

又取題中略小於乙之減數，命爲⑨。其本位賸數爲⑩。乃以申乙求等，以等約乙，申乙相乘得⑪。以乙累減子，餘⑫。又以乙累減申，餘⑬。於丙內減去一丑，餘⑭。以乙子對列

兩行求得反乘率。以乘戊得④。申巳相乘得⑤。併子庚得⑥。以申累減辛餘⑦。已上爲二次求法

按其三次四次以往仿此求之。唯疊次各干支字上多加一ノ爲識耳。

今有物不知總。以一十一數之。賸三。以一十九數之。賸五。以二十七數之。賸一十七。以三十五數之。賸二十一。問物幾何。

答曰。二萬一千二百六十六。

草曰。依術得①②③④⑤⑥⑦。乃以甲乙求等。無等不約甲乙相乘得下⑧⑨。以乙減子不足減。卽得⑩⑪。又以

乙累減甲餘卅①。於丙內減去一丑餘卅②。以乙丁對列兩行求反乘率。式如左。

乙卅

左減右三

三

右減左二

三

左減右一

一

丁卅

次餘三

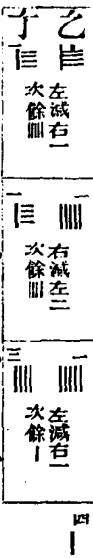
一

次餘二

七

次餘一

如法求得反乘率一十。以乘戊得卅③。甲巳相乘得下
卅④。併子庚得卅⑤。以申累減辛餘卅⑥。
又依術得非申⑦。卅⑧。卅⑨。乃以申乙求等。無等申
乙相乘得下卅⑩。以乙累減子餘一丙⑪。又以乙累減申
餘卅⑫。於丙內減去一丑不足減加一乙以減之餘得
卅⑬。以乙子對列兩行求反乘率。式如左。



如法求得反乘率四以乘戊得下色申已相乘得肆庚。

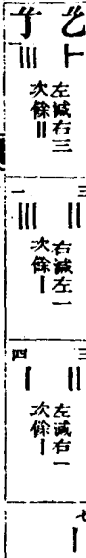
併子庚得肆辛以申累減辛餘得肆辛。

又依術得下肆辛以申累減辛餘得肆辛。無等不約。

申乙相乘得下肆辛以乙累減子餘。又以乙累減

申餘三子應於丙內減去一丑而丙位空乃加一乙以

減之餘三子以乙子對列兩行求反乘率式如左。



如法求得反乘率七。以乘戊得卅④。甲巳相乘得卅⑤。庚
併子庚得卅⑥。以甲累減辛餘得卅⑦。題中祇四次減
數。故其子數二萬一千二百六十六。卽所求物數。

今有後漢四分術。木日率四千七百二十五。火日率一千
八百七十六。土日率九千四百一十五。金日率四千六百
六十一。水日率一千八百八十九。熹平三年甲寅。木日率
餘五。火日率餘七十五。土日率餘四十。金日率餘一百三
十三。水日率餘一十。此各日率所餘。卽是置上元盡熹平
三年積筭。以各日率除去所餘之數。
問上元以來盡熹平三年甲寅積歲幾何。及上元太歲所

在。此題錄求
一筭術。

答曰。積九千四百五十五歲。上元太歲在庚辰。
 草曰。依術得^甲、^子、^乙、^丑。乃以甲乙求等得^丙。
 試以等約乙得^丁。與^甲、^乙、^丙、^丁、^戊、^己、^庚、^辛、^壬、^癸。
 甲仍有等。知不約乙。以約甲得^乙。與乙相乘得^丙。
 以乙減子不足減。即得^丁。又以乙減甲之約數不足。
 減。即得^戊。於丙內減去一丑。餘^丙。以乙丁對列兩
 行。求反乘率。式如左。

<p>五 左減右二 次餘上</p>	<p>乙 左減右十 七次餘上</p>
<p>六 右減左一 次餘上</p>	<p>七 右減左一 次餘上</p>
<p>六 左減右十 次餘上</p>	<p>七 左減右一 次餘上</p>
<p>三 右減左三 次餘上</p>	<p>五 右減左三 次餘上</p>

如法求得反乘率四千三百二十一。以乘戊得_離④。與甲之約數相乘得_離④。併子庚得_離④。以申累減辛，餘_離④。試以金日率_離④累減子，餘得_離④。與題中本位餘數合。又試以水日率_離④累減子，餘得_離④。與題中本位餘數合。又試以火日率_離④累減子，餘得_離④。與題中本位餘數合。故知子數九千四百五十五。卽上元盡熹平三年甲寅積歲。置積歲減一，餘九千四百五十四。滿六十去之，餘三十四。反減六十，餘二十六。命起甲寅筭外，得庚辰。卽上元太歲所在也。

按此一次求法，卽以子數爲所求數者。緣子數已應

題中各賸數故不必再求也。或子數與題中某位賸數不應，卽命某位爲乙，依術求之，至盡合乃止。

今有數不知總，以四十二數之，賸一十三，以一百二十六數之，賸九十七，以一百三十二數之，賸三十七，以三十九數之，賸三十一，問總數若干。

答曰：一千三百五十七。

草曰：依術得日^甲、甲^甲、甲^子、甲^子、甲^乙、甲^乙、甲^丑、甲^丑，乃以甲乙求等，得甲^甲、甲^子、甲^子、甲^乙、甲^乙、甲^丑、甲^丑，乃以甲乙求等，得甲^甲、甲^子、甲^子、甲^乙、甲^乙、甲^丑、甲^丑，與乙同數，知乙位可廢。

再依術得日^甲、甲^甲、甲^子、甲^子、甲^乙、甲^乙、甲^丑、甲^丑，乃以甲乙求等，得上。

試以等六約乙得止，與甲仍有等，知不約乙。又試以等六約甲得止，與乙仍有等，知不約甲。任約甲乙

皆有等。則不約。以析根法求之。式如左。

甲泛目 析母 $\frac{三}{三}$ 定 $\frac{三}{三}$

乙泛目 析母 $\frac{三}{三}$ 定 $\frac{三}{三}$

以甲定乙定相乘得 $\frac{甲}{甲}$ 。以乙定減子。不足減。即得 $\frac{三}{三}$ 。
② 又以乙定減甲定。不足減。即得 $\frac{三}{三}$ 。於丙內減去一
丑。不足減。加一乙定以減之。餘 $\frac{三}{三}$ 。⑤ 以乙定與丁對列
兩行。求反乘率。式如左。

乙定 $\frac{三}{三}$

左減有二

$\frac{三}{三}$

右減左二

$\frac{三}{三}$

左減右三

丁 $\frac{三}{三}$

次餘三

$\frac{三}{三}$

次餘丁

丁

次餘一

如法求得反乘率一十。以乘戊得 $\frac{三}{三}$ 。④ 與甲定相乘得

卽庚。併子庚得卅辛。應以申減辛。不足減。卽得卅子。
試以題中末次減數卅累減子。餘卅。與本位賸數合。故
卽以子數一千三百五十七爲求得總數。

曾君栗誠以代數推求一題

附

今有物不知數。三三數之。賸二。五五數之。賸三。七七數之。
賸二。問物幾何。

答曰二十三。

法以卯代所求物數。先將三所度之次數。以天代之。五
所度之次數。以地代之。故得

卯 = 三

一。

卯 = 五

二。

所以

卯 = 七

三。

兩邊

同減二得

三天=五地

④兩邊均以三除得

三天=五地

即

三天=五地

⑤令

三天=五地

⑥則

天=地

⑦

變六式得

地=三

即

地=三

⑧令

三=百

⑨則

地=亥

⑩變九式得

亥=酉

⑪

變九式得

亥=酉

兩邊分母均已消盡。可用酉之同數推之。得各相等式

如下。

亥=酉
地=三
天=地

惟

卯=三

故

卯=三

即

卯=一五

即

卯=一五

以一十五除八。不足

法。則知以三三數之賸二。五五數之賸三者。可改爲一

十五數之賸八也。

法又以啣代所求物數。次將七所度之次數以夫代之。

十五所度之次數以地代之。故得

- ①、
- ②、
- ③、

兩邊同減二、得

夫一五地

④、兩邊均以七除之、得

夫一五地

⑤、令

夫一五地

⑥、則

夫一五地

⑦、變六式、得

夫一五地

兩邊分母均已消盡、可用亥

之同數推之、得各相等式。

夫一五地

惟

夫一五地

故

夫一五地

即

夫一五地

即

夫一五地

乃

以八十二反減一百〇五餘二十三。卽所求物數。應以

一〇五減八二不足減卽以八二爲所求物數。緣八二爲負數故反減耳。後仿此。

設有道里不知遠近。滿甲日行率三百里去之。賸七十九里。滿乙日行率二百五十里去之。賸一百二十九里。滿丙日行率二百里去之。賸七十九里。問道里遠近若干。

答曰。一千八百七十九里。甲行六日。餘七十九里。乙行七日。餘一

百二十九里。丙行九日。餘七十九里。

法以啣代所求里數。先將乙行日數。以天代之。甲行日

數以地代之。故得

甲 = 天 二九

①

乙 = 地 二九

②

丙 = 天 二九

所以

二五

等於

三〇

③

地 比九

兩邊同

減去一百二十九得

④兩邊均以二百五十除得

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

即

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

⑤令

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

⑥則

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

⑦變六式得

即

兩邊分母均

即

兩邊分母均

即

兩邊分母均

即

兩邊分母均

即

兩邊分母均

即

兩邊分母均

已消盡用亥之同數推得

$\frac{250}{天} = \frac{300}{地}$

惟

故

即

即

即

即

即

即

即

即

以一千五百除三百七十九不足法則知以三百去之
賸七十九里二百五十去之賸一百二十九者可改

爲一千五百去之賸三百七十九里也。

法又以卯代所求里數。次將丙行日數以夫代之。以一

千五百所去之次數以地代之。故得

①

② 所以

卯 = 200 天^上 地

卯 = 500 地^上 天^{七九}

200 天^上 地 = 500 地^上 天^{七九}

③ 兩邊同減七十九得

④ 兩邊均以二百除得

即

200 夫 = 500 地^上 300

夫 = 500 地^上 300

夫 = 7 地^上 300

⑤ 令

300 夫 = 200 地^上 300

⑥ 則

夫 = 7 地^上 300

⑦ 變六式得

地 = 300 夫^上 300

即

地 = 2 夫^上 300

兩邊分母均已

消盡可用亥之同數推之得

地=二軒

夫=地軒=六

惟

卯=二〇〇九

故

卯=二〇〇九

卽

卯=三〇〇〇軒二〇

卽

卯=三〇〇〇軒二

乃以一千一百二十一反減三千餘一千八百七十九
卽所求里數也。

今有物不知數以一十一數之賸三以一十九數之賸五
以二十七數之賸一十七以三十五數之賸二十一問物
幾何。

答曰二萬一千二百六十六。

法以卯代所求物數先將一十一所度之次數以天代

之。一十九所度之次數，以地代之。故得

明=一_天 哪=一_地 ①、

②，所以

一_天 = 一_地 = 一_地 = 五

③。兩邊同減三，得

一_天 = 一_地 = 二

④。兩邊均以十一除，得

天 = 一_地 = 二

即

天 = 一_地 = 二

⑤。令

元_地 = 一_亥

⑥。則

天 = 一_地 = 亥

⑦。變六式，得

地 = 一_亥

⑧。令

地 = 一_亥

即

地 = 一_亥

⑨。則

天 = 一_地 = 酉

⑩。則

地 = 一_亥

⑪。則

地 = 一_亥

⑫。

變九式，得

亥 = 一_酉

即

亥 = 一_酉

⑬。令

三_酉 = 一_申

⑭。則

亥 = 一_酉

⑮。變三式，得

酉 = 一_申

⑯。則

酉 = 一_申

⑰。則

酉 = 一_申

⑱。則

酉 = 一_申

⑲。

酉 = 一_申

⑳。令

三_未 = 一_未

㉑。則

百 = 一_申 = 一_下

㉒。變五式，得

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

兩邊分母均已消盡，可

中 = 一_未

用未之同數推之得

申——二未
酉——三未
亥——八未
地——一未
天——九未
惟、
卯——一未
故、
卯——一未
卯——二未
卯——二未

以五十二反減二百。九餘一百五十七。則知以一十
一數之賸三，以一十九數之賸五者，可改爲以二百。
九數之賸一百五十七也。

法又以卯代所求物數。次將二十七所度之次數，以天

代之。

二九所度之次數，以地代之。故得
卯——二七
卯——二九
所以
二七

等於

二九地^{五七}

③。兩邊同減一十七、得

二七^{二九地^{十四}}

④。兩邊同以二十七

除之、得

夫^{三九^三}

即、

夫^{七地^三}

⑤。令

三^三

⑥。則

夫^{七地^七}

⑦。變六式、得

地^{三九^五}

即、

地^{三九^五}

⑧。

地^{三九^五}

令

三^三

⑨。則

地^{三九^五}

⑩。變九式、得

夫^{三九^五}

即、

夫^{三九^五}

⑪。令

夫^{三九^五}

⑫。則

夫^{三九^五}

⑬。變

夫^{三九^五}

⑭。

夫^{三九^五}

三式、得

西^{三九^五}

即、

西^{三九^五}

⑮。令

西^{三九^五}

⑯。則

西^{三九^五}

⑰。變五式、得

申^{三九^五}

兩邊分

申^{三九^五}

⑱。

申^{三九^五}

母均已消盡、可用未之同數推之、得各相等式如下。

單——六禾五
酉——七禾五
亥——二禾五
地——七禾五
天——七地五

惟

——二天七

故

——二七(九)七

卽

——五六三二七

卽

——五六四三二七

以

除四千三百三十七。不滿法則知以一十一數之賸三，
以一十九數之賸五，以二十七數之賸一十七者，可改
爲以五千六百四十三數之賸四千三百三十七也。
法又以哂代所求物數。終將三十五所度之次數，以夫
代之。
所度之次數，以地代之。故得

——

三五七

①

——

五六四三二七

②

所

以
③兩邊同減二十一，得
④兩邊同以三十五除

三五六一一五六四三七一

之得

天=五六三六一六

卽

天=六一六一三二

⑤令

天=六一六一三二

⑥則

天=六一六一三二

⑦變六式，得

天=六一六一三二

卽

天=六一六一三二

⑧令

天=六一六一三二

卽

天=六一六一三二

⑨變十二

天=六一六一三二

⑨

⑩則

地=四九二

⑪變九式，得

地=四九二

卽

地=四九二

⑫則

地=四九二

⑬令

地=四九二

⑭變六式，得

地=四九二

卽

地=四九二

⑮則

地=四九二

⑯變十二

地=四九二

式得

首二

卽

首一

④

令

二

⑤

則

首一

⑥

變去式

得

二

兩邊

分母

均已消盡。用朱之同數推之。得各相等式、

甲二

首一

乙二

丙四

夫一

惟

甲二

故

甲二

卽

甲一

卽

甲一

乃以

一

十

九

萬

七

千

五

百

〇

五

除

二萬一千二百六十六。不足法。其二萬一千二百六十六。卽所求物數也。

求一術通解卷下